Mehrstufige Zufallsversuche

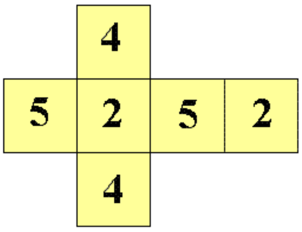
– Übungen I – Lösungen

1. Bestimme mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, beim zweimaligen Würfeln mit dem Würfel, dessen Netz unten abgebildet ist,

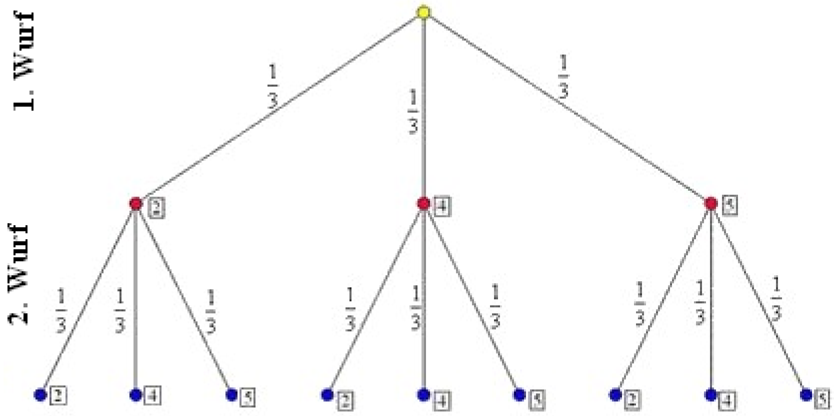
a) zwei gleiche Zahlen zu erwürfeln.

b) erst eine größere, dann eine kleinere Zahl zu würfeln.

c) zuerst eine "2" zu würfeln.



Lösung:

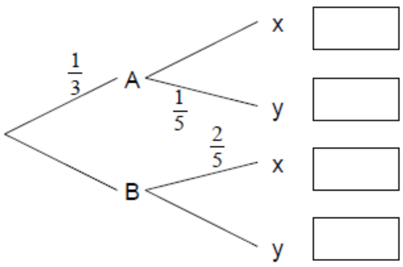


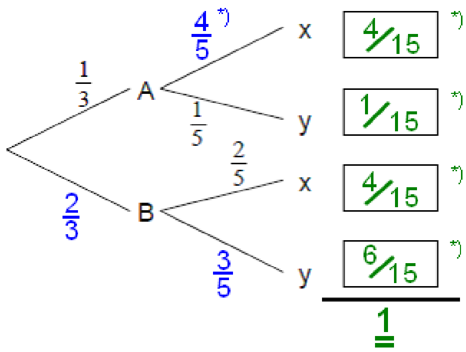
a) $P(\text{zwei gleiche Z.}) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

b) $P(\text{erst größere Z}) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

c) $P(\text{erst "2"}) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

5. Ein Baumdiagramm ist teilweise gegeben. Berechne die noch fehlenden Wahrscheinlichkeiten.

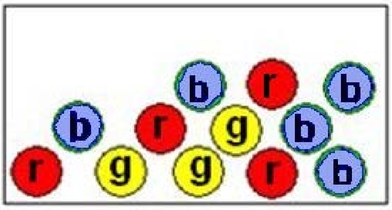




*) **In einem vollständigen Baumdiagramm beträgt die Summe der Wahrscheinlichkeiten an jedem Verzweigungspunkt 1.**

*) **Pfadmultipliksionsregel**

2. In einem undurchsichtigen Gefäß befinden sich wie abgebildet Kugeln. Bestimme mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, bei zweimaligem Ziehen



a) zwei rote Kugeln zu ziehen.

b) eine rote und eine gelbe Kugel zu ziehen,

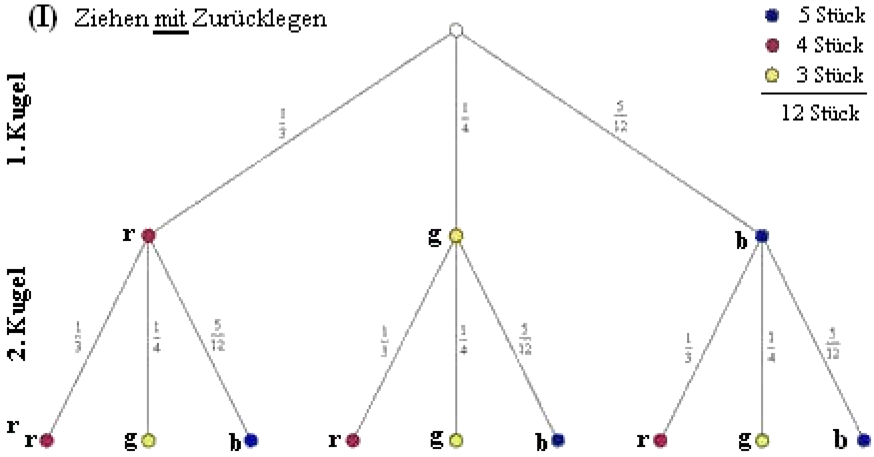
c) zwei Kugeln unterschiedlicher Farbe zu ziehen.

(I) Es soll stets gelten, dass die zuerst gezogene Kugel nach der Ziehung wieder in das Gefäß zurückgelegt wird.

(II) Wie ändern sich die Wahrscheinlichkeiten aus (I), wenn die zuerst gezogene Kugel nicht wieder zurückgelegt wird?

Lösung:

(I) Ziehen <u>mit</u> Zurücklegen



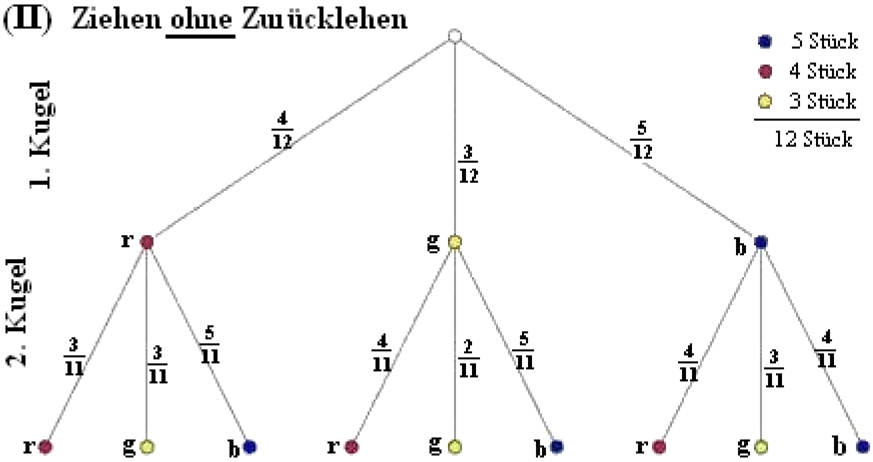
a) P(r-r) $= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

b) P(r − ge; ge − r) $= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

c) Zwei Kugeln unterschiedlicher Farbe ist das Gegenereignis zu zwei Kugeln gleicher Farbe:

P(zwei versch.) $=1-\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}\right)=\frac{47}{72}$

(II) Ziehen <u>ohne</u> Zuücklehen



a) P(r-r) $= \frac{4}{12}\cdot\frac{3}{11} = \frac{1}{11}$

b) P(r − g; g − r) $= \frac{4}{12}\cdot\frac{3}{11} + \frac{3}{12}\cdot\frac{4}{11} = \frac{2}{11}$

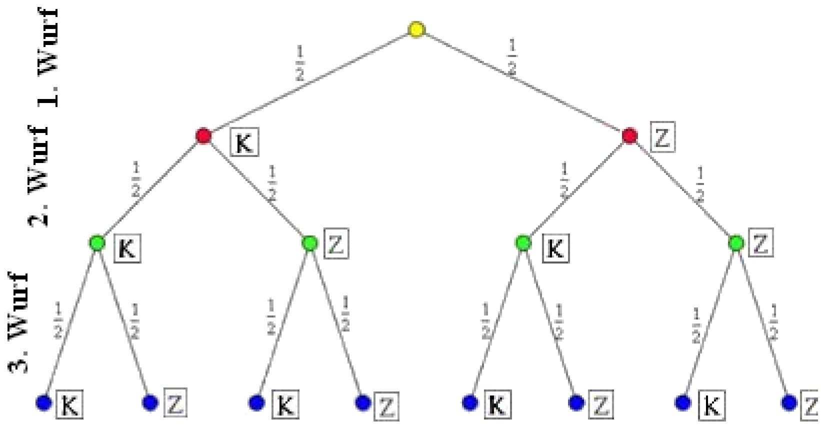
c) Zwei Kugeln unterschiedlicher Farbe ist das Gegenereignis zu zwei Kugeln gleicher Farbe:

P(zwei versch.) $= 1$ - (r-r ; b - b; g - g) $= \frac{4}{12}\cdot\frac{3}{11} + \frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11} + \frac{3}{12}\cdot\frac{2}{11} = \frac{19}{66} = 0{,}288$

3. Bestimme mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, beim dreimaligen Werfen einer Münze

- **a)** zweimal Kopf und einmal Zahl zu erhalten.
- **b)** erst Zahl, dann zweimal Kopf zu erhalten.
- **c)** mindestens einmal Kopf zu erhalten.

Lösung:



a) P(zweimal K) $= 3 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5$
$= 0{,}375$
$= 37{,}5\%$

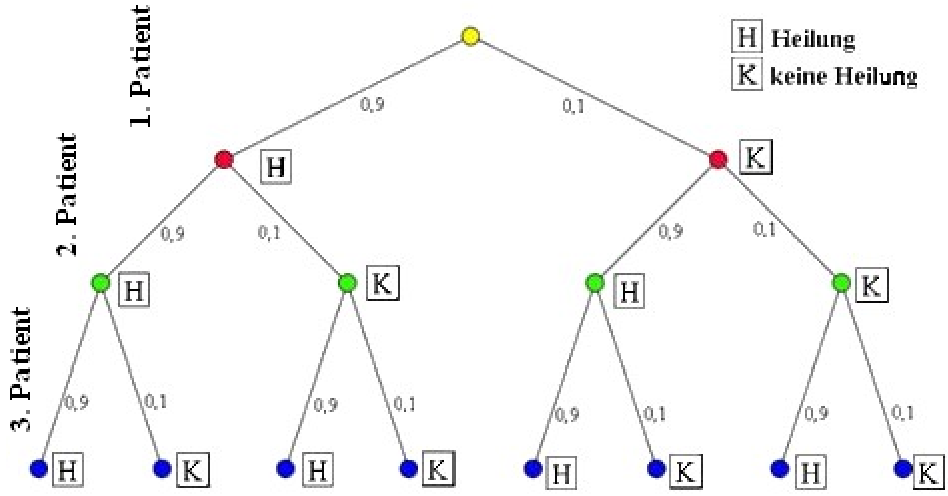
b) P(ZKK) $= 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5$
$= 0{,}125$
$= 12{,}5\%$

c) Bei "mindestens einmal Kopf" handelt es sich um das Gegenereignis zu "dreimal Zahl"
P(mind. einmal K) $= 1 - 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5$
$= 0{,}875$
$= 87{,}5\%$

4. Von einem Medikament weiß man, dass es in 90% aller Fälle zu einer Heilung führt. Bestimme mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- **a)** genau einer von drei mit diesem Mittel behandelten Patienten geheilt wird.
- **b)** alle drei behandelten Patienten geheilt werden.
- **c)** mindestens einer von drei behandelten Patienten geheilt wird.

Lösung:



a) P(eine Heilung) $= 3 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1$
$= 0{,}027$
$= 2{,}7\%$

b) P(drei Heilungen) $= 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9$
$= 0{,}729$
$= 72{,}9\%$

c) Bei "mindestens einer Heilung" handelt es sich um das Gegenereignis zu "keine Heilung"
P(mind. eine H.) $= 1 - 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1$
$= 0{,}999$
$= 99{,}9\%$