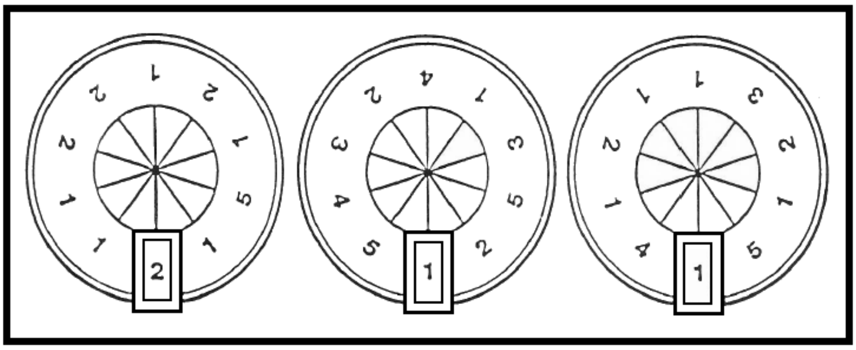
<u>***Der Erwartungswert einer Zufallsgröße***</u>

<u>*Problemstellung*</u>

a) Ein Spielautomat ("einarmiger Bandit") soll daraufhin untersucht werden, wie viel er durchschnittlich pro Spiel "abkassiert". Wie kann man dies mit Hilfe einer langen Spielserie ermitteln?

b) Man spricht gelegentlich von einem "fairen Spiel". Was meint man damit wohl, wenn es sich um ein Glücksspiel handelt?

Bei dem abgebildeten Spielautomaten können durch Einwurf einer 10 Ct-Münze die drei Räder in Gang gesetzt werden. Nach einer gewissen Zeit werden die Räder unabhängig voneinander angehalten und zeigen dann bestimmte Zahlen in den Fenstern. Bei einzelnen Zahlenkombinationen zahlt der Spielautomat einen festen Betrag aus (vgl. *Tab.),* bei allen anderen zahlt er nichts aus. Wie viel Cent zahlt der Spielautomat auf lange Sicht durchschnittlich pro 10 Ct. Einsatz aus, d. h. welchen Auszahlungsbetrag kann der Spieler vom Spielautomaten pro Spiel erwarten?



Zahl	Auszahlung (Ct.)
111	20
113	100
131	20
222	100
242	100
515	200
555	200

Beim Spielen mit dem Automaten interessiert man sich primär gar nicht für die in der Tabelle aufgeführten "Gewinnzahlen", sondern für die danebenstehenden Auszahlungsbeträge. Diese werden jedoch nicht mit gleich großer Häufigkeit ausgezahlt. d. h.: Von Bedeutung ist nicht primär die mit X bezeichnete Zufallsgröße "Auszahlungsbetrag", sondern ein Durchschnittswert dieser Zufallsgröße, da der Gewinn "auf lange Sicht" interessiert!

Zur Ermittlung dieses Durchschnitts verschaffen wir uns einen Überblick mit Hilfe einer Tabelle:

Rad 1 (10 Felder)	Rad 2 (10 Felder)	Rad 3 (10 Felder)	Wsk. für eine "gedrehte Zahl" ist z. B.
5 · Ziffer1 4 · Ziffer2 1 · Ziffer5	je 2mal die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5	5 · Ziffer1 2 · Ziffer2 je 1 mal die Ziffern 3, 4, 5	P(515) = 0,1 · 0,4 · 0,1 = 0,004 P(242) = 0,4 · 0,2 · 0,2 = 0,016

"gedrehte Zahl"	Auszahlungs-betrag x_i [Ct.]	zugehörige Wsk. $p_i = P(x_i)$	$x_i \cdot p_i$
515 ; 555	200	0,1 · 0,4 · 0,1 = 0,004	200 · 0,004 = 0,80
113 ; 222; 242	100	0,5 · 0,2 · 0,1 + 0,4 · 0,2 · 0,2 + 0,4 · 0,4 · 0,1 = 0,042	100 · 0,042 = 4,20
111 ; 131	20	0,5 · 0,2 · 0,5 + 0,5 · 0,2 · 0,5 = 0,010	20 · 0,100 = 2,00
Rest (3 · 5 · 5 – 7=68 Stück)	0	1 – (0,004 + 0,042 + 0,100) = 0,854	0 · 0,854 = 0
			Summe: 7,00

Ergebnis: Bei 1 000 ausgeführten Spielen zahlt der Apparat (im Idealfall)
bei 4 Spielen je 200 CT.
bei 42 Spielen je 100 Ct.
bei 100 Spielen je 20 Ct.
bei 854 Spielen gar nichts

Im Durchschnitt ist auf lange Sicht ein Auszahlungsbetrag von7 Ct. zu erwarten. Bei einem Einsatz von 10 Ct. verdient der Besitzer des Automaten also durchschnittlich 3 Ct. pro Spiel.

Definition:

Ist X eine Zufallsgröße, die die Werte $x_1, x_2, \dots, x_r$ mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \dots, p_r$ annehmen kann, so heißt $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \cdots + x_r \cdot p_r$ der Erwartungswert der Zufallsgröße X.
Statt $(E(X)$ schreibt man häufig auch μ.