

Übungsaufgaben zum Erwartungswert

A1: Einnahmen beim Klassenfest

Bei einem Klassenfest muss jeder der 25 Teilnehmer ein Los kaufen. Der erste Preis hat einen Wert von 15 €, der zweite von 10 €, der dritte von 4 €. Außerdem gibt es noch Trostpreise im Wert von 0,50 €. Was müsste ein Los kosten, damit Einnahmen und Ausgaben übereinstimmen?

A2: Getränkeeinnahmen

Ein Getränkehändler kann entweder einen Kiosk in der Stadt pachten, der erfahrungsgemäß einen täglichen Gewinn von 180 € einbringt oder zu gleicher Miete einen Kiosk am Badensee pachten, der täglich bei gutem Wetter einen Gewinn von 580 €, bei mäßigem Wetter noch 50 €, bei schlechtem Wetter aber gar nichts einbringt. Das Wetteramt sagt ihm, er könne im Durchschnitt an 3 von 10 Tagen mit guten, an 3 von 8 Tagen mit mäßigem Wetter rechnen. Wie wird er sich entscheiden?

A3: Gewinn beim Roulette

Beim Roulette braucht man nicht unbedingt auf eine der 37 Zahlen 0, 1, 2, ... , 36 zu setzen. Man kann z. B. auf die Farbe Rot oder die Farbe Schwarz setzen. Bleibt die Kugel auf einer der 18 roten Fächer stehen, dann erhält man das Doppelte des Einsatzes zurückgezahlt. Ist dies fair? Berechne den Erwartungswert der Zufallsgröße X : Gewinn beim Setzen auf Rot.

A4: Spiel mit Münzen

A und B vereinbaren, eine Münze so lange zu werfen, bis Wappen erscheint, maximal jedoch 5 mal. A zahlt an B für jeden notwendigen Wurf 1 €. Ist nach dem 5. Wurf noch kein Wappen gefallen, muss A an B den Betrag von 7 € bezahlen.

- Zeichne ein Baumdiagramm und bestimme die Verteilung der Zufallsgröße X : Betrag in €, den A an B zahlen muss und deren Erwartungswert.
- Wie groß muss der Einsatz von B sein, damit das Spiel fair ist?

A7: Zeitungsverkauf

In einem Ferienort in Italien bekam ein Zeitungskiosk jeden Montag einige Exemplare einer bestimmten Sportzeitung aus Deutschland. Der Zeitungshändler hat für eine Zeitung 1 250 Lire bezahlt (das ist gaaanz lange her ...) und sie für 2 000 Lire verkauft. Nicht verkaufte Zeitungen konnte der Zeitungshändler wegwerfen. Im Laufe der Zeit hatte der Händler herausgefunden, dass für die Anzahl X der verlangten Sportzeitungen ungefähr die in der Tab. angegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung galt. Wie viele Zeitungen sollte dann der Zeitungshändler pro Woche einkaufen, damit er einen möglichst großen Erwartungswert für seinen Gewinn hatte?

x_i	p_i
0	0,05
1	0,20
2	0,40
3	0,25
4	0,10

A8: Skipass-Kosten

In einem Wintersportgebiet kann man erfahrungsgemäß nur an einem Tag des Monats Januar nicht Skilaufen. Wochenend-Skipässe (gültig von Freitag bis Sonntag) werden für 20 € angeboten – mit einer Rückerstattung von 5 € für jeden Tag, an dem aufgrund der Wetterlage nicht Ski gefahren werden kann.

- Für die folgende Rechnung nehmen wir an (Modellannahme), dass die Wetterbedingungen an den drei Tagen eines Wochenendes unabhängig voneinander sind. d. h. dass die Wahrscheinlichkeit für jeden der Tage jeweils $\frac{1}{31}$ dafür beträgt, dass die Wetterbedingungen das Skilaufen nicht zulassen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man dann an 0, 1, 2, 3 Tagen eines Januar-Wochenendes nicht Ski laufen?
(Anleitung: Stelle den 3 stufigen Zufallsversuch in einem Baumdiagramm dar.)
- Mit welchen durchschnittlichen Einnahmen pro Skipass kann man rechnen?
- Ein Wochenticket (für Montag bis Sonntag) kostet 40 €, pro Regentag werden 5 € erstattet. Wie hoch sind die durchschnittlichen Einnahmen pro Wochenticket?