

**EF Lehrbuch, S. 152 Aufg. 2 - Lösung**

Von einem Medikament ist bekannt, dass es in  $\frac{3}{4}$  aller Fälle einer Krankheit heilt. Drei Patienten werden damit behandelt. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis. Beschreibe das Gegenereignis in Worten.

Dann ist die Zufallsgröße  $X$ : "Anzahl der geheilten Patienten." und  $Y$ : "Anzahl der nicht geheilten Patienten."

a) Es wird kein Patient geheilt:

$$P(X = 0) = P(\odot) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$$

Gegenereignis: Mindestens ein Patient wird geheilt.

b) Genau ein Patient wird geheilt:

$$P(X = 1) = P(\odot) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$$

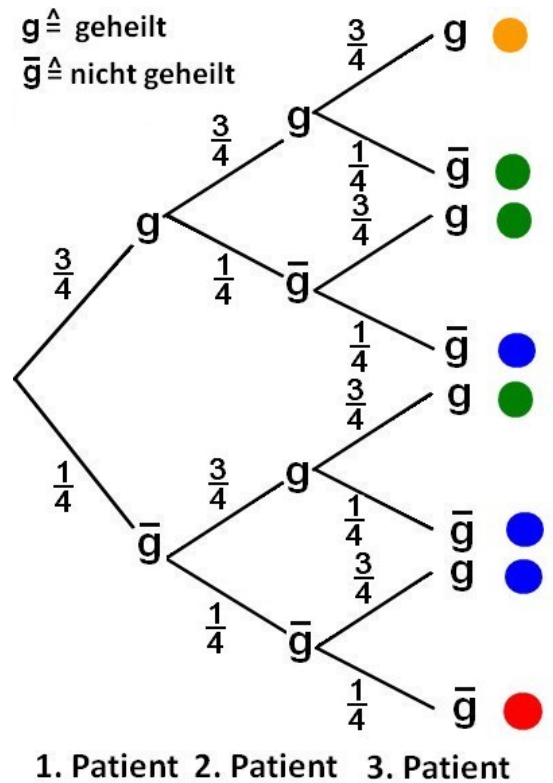
Gegenereignis: Kein Patient oder mindestens zwei Patienten werden geheilt.

c) Nur ein Patient wird nicht geheilt.

D. h. auch: zwei Patienten werden geheilt.

$$P(Y \neq 1) = P(X = 2) = P(\odot) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$$

Gegenereignis: Alle Patienten oder höchstens ein Patient werden geheilt.



d) Höchstens zwei Patienten werden geheilt.

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{64} + \frac{9}{64} + \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$$

oder einfacher:

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X = 3) = 1 - P(\odot) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{37}{64}$$

Gegenereignis: Drei (alle) Patienten werden geheilt.

e) Schätzung des Erwartungswertes: Wenn die Heilsquote  $\frac{3}{4}$  aller Fälle beträgt, ist zu erwarten, dass von 3 Patienten  $\frac{3}{4} \cdot 3 = 2\frac{1}{4} \approx 2$  Patienten geheilt werden.

Berechnung des Erwartungswertes für die ZGr  $X$ : "Anzahl der geheilten Patienten."

Die zugehörigen Wsk. wurden in a) bis d) berechnet.

$x_i$	$p_i$	$x_i \cdot p_i$
0	$\frac{1}{64}$	0
1	$\frac{9}{64}$	$\frac{9}{64}$
2	$\frac{27}{64}$	$\frac{54}{64}$
3	$\frac{27}{64}$	$\frac{81}{64}$
	<b>1</b>	<b><math>\mu = \frac{144}{64} = 2,25</math></b>

Der Erwartungswert für die Anzahl geheilter Patienten beträgt 2,25 und stimmt mit dem intuitiv geschätzten Wert überein!