

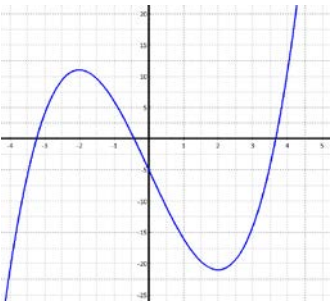
Beispiellösungen zur Aufgabe 2, Seite 93: Extrem- und Sattelpunkte einer Funktion

2f) $f(x) = x^3 - 12x - 5$ $f'(x) = 3x^2 - 12$

Notw. Bed. für Extremwerte:

$$f'(x) = 3 \cdot (x^2 - 4) = 3 \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ oder } x = 2$$

Monotonietabelle zur Überprüfung der hinr. Bed.:



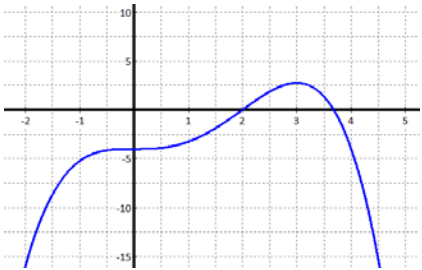
x	$x = -3$	$x = -2$	$x = 0$	$x = 2$	$x = 3$
$f'(x)$	15	0	-12	0	15
Monotonie	↗	—	↘	—	↗
Extrempunkt		H (-2 11)		T (2 -21)	

2g) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 4$ $f'(x) = -x^3 + 3x^2$

Notw. Bed. für Extremwerte:

$$f'(x) = -x^3 + 3x^2 = -x^2 \cdot (x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ oder } x = 3$$

Monotonietabelle zur Überprüfung der hinr. Bed.:



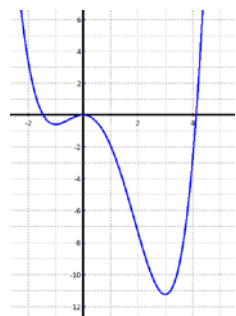
x	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 3$	$x = 4$
$f'(x)$	4	0	2	0	-16
Monotonie	↗	—	↗	—	↘
Extrempunkt		S (0 -4)		H (3 7,75)	

2h) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2$ $f'(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

Notw. Bed. für Extremwerte:

$$f'(x) = x^3 - 2x^2 - 3x = x \cdot (x^2 - 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 0 \text{ oder } x = -1 \text{ oder } x = 3$$

Monotonietabelle zur Überprüfung der hinr. Bed.:



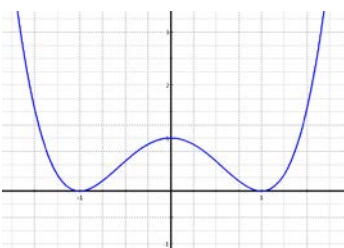
x	$x = -2$	$x = -1$	$x = -\frac{1}{2}$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 3$	$x = 4$
$f'(x)$	-10	0	0,875	0	-4	0	20
Mon.	↘	—	↗	—	↘		↗
Extr.pkt.		T (0 -11/12)		H (0 0)		T (3 -11 1/4)	

2i) $f(x) = (x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$ $f'(x) = 4x^3 - 4x$

Notw. Bed. für Extremwerte:

$$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x \cdot (x^2 - 1) = 4x \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ oder } x = -1 \text{ oder } x = 1$$

Monotonietabelle zur Überprüfung der hinr. Bed.:



x	$x = -\frac{1}{2}$	$x = 0$	$x = \frac{1}{2}$	$x = 1$	$x = 2$	
$f'(x)$	1,5	0	-1,5	0	24	Da f y-achsensymmetrisch ist, muss bei $x = -1$ ebenfalls ein TP vorliegen: $T_2(-1 0)$
Mon.	↗	—	↘	—	↗	
Extr.pkt.		H (0 1)		$T_1(1 0)$		