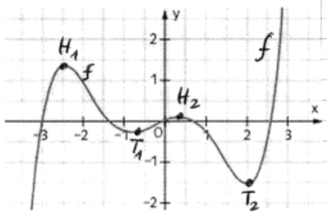
Aufgabetyp "wahr oder falsch" – Beispiellösungen zum Lehrbuch EF

S. 79 Nr. 3 Fig. 2 zeigt den Graphen einer Funktion f. Welche der folgenden Aussagen über die dazugehörige Ableitungsfunktion f' sind richtig?

A) Der Graph der Ableitungsfunktion f' schneidet an der Stelle x = 2 die x-Achse.

B) Der Graph der Ableitungsfunktion f' geht durch den Koordinatenursprung.

C) Der Graph der Ableitungsfunktion f' verläuft zwischen x = 1 und x = 2 unterhalb der x-Achse.



Aussage A: w Begründung: Bei $x=2$ hat der Graph von f einen TP, d.h. hier ist $f'(2)=0$. Links von $x=2$ ist f streng mon. fallend, somit $f'(x)<0$, rechts von $x=2$ ist f streng mon. steigend, somit $f'(x)>0$ (zumindest in einer kleinen Umgebung von $x=2$): $f'(x)$ wechselt bei $x=2$ das VZ, der Graph von f' schneidet die x-Achse.

Aussage B: f Begründung: Beim Durchgang durch die Stelle $x=0$ ist der Graph streng mon. steigend, somit $f'(0) > 0$.

Aussage C: w Begründung: Auf $[1;2]$ ist der Graph von f streng mon. fallend, somit ist hier $f'(x)<0$.

S. 90 **4** Fig. 1 zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie.

I) Die Funktion f ist im Intervall [0; 2] streng monoton abnehmend.

II) Die Funktion f ist im Intervall [−2; 0] streng monoton zunehmend.

III) Die Funktion f ist im Intervall]1; 3[streng monoton abnehmend.

IV) Die Funktion f' ist im Intervall [0; 2[streng monoton abnehmend.

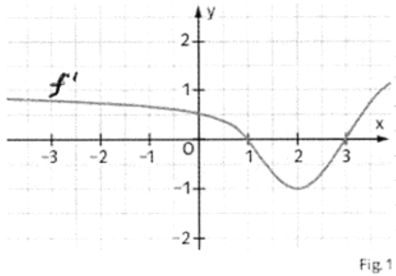


Fig. 1

Aussage I: f denn: Auf [0;1 ist $f'(x)\ 0$, d.h. hier nimmt die Fkt. f streng mon. zu. Aber aber $[1;2]$ ist $f'(x) \leq 0$, d.h. hier nimmt die Fkt. f monoton ab!

Aussage II: w denn: Auf $[-2;0]$ ist $f'(x) > 0$.

Aussage III: w denn: Auf $]1;3[$ ist $f'(x) < 0$

d.h. $1 < x < 3$ (ohne die Grenzen 1 und 3)

Aussage IV: w denn der abgebildete Graph ist der von f', und f' nimmt auf $[0;2[$ streng mon. ab

(aufpassen, ob die zu beurteilende Aussage sich auf f oder auf f' bezieht)

S. 100 **6** Fig. 1 zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie Ihre Antworten.

A: Die Funktion f ist im Intervall]0; 2[monoton fallend.

B: Die Funktion f hat an der Stelle x = −1 ein Extremum.

C: Der Graph von f hat einen Tiefpunkt und einen Hochpunkt.

D: Für alle x im Intervall [−2; 0] gilt f(x) > 0.

E: Die Funktion f'' besitzt an der Stelle x = −1 eine Nullstelle.

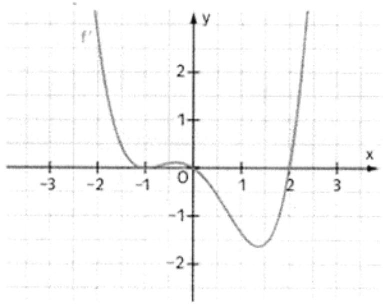
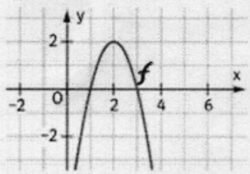


Fig. 1

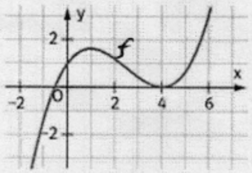
vgl. Lösung im Anhang des Schülerbuches S. 234/235

S. 100 **2** Gegeben ist der Graph einer Funktion f. Beschreiben Sie jeweils das Monotonieverhalten der Funktion f. Skizzieren Sie die Graphen von f' und f''.

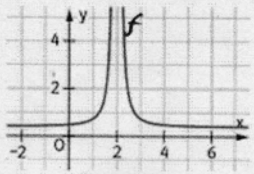
a)



b)



c)



d) Bestimmen Sie rechnerisch das Monotonieverhalten von f mit $f(x) = x^4 - \frac{8}{3}x^3 - 6x^2$.

vgl. Lösung im Anhang des Schülerbuches S. 232

S. 94 **9** Gegeben ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f (Fig. 2).
Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch? Begründen Sie.

a) f hat im Bereich $-3{,}2 < x < 3$ zwei lokale Extremwerte.

b) Der Graph von f hat an der Stelle $x = 1{,}5$ einen Punkt mit waagerechter Tangente, der weder Hoch- noch Tiefpunkt ist.

c) An der Stelle $x = -1{,}5$ besitzt f'' eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von + nach −.

d) Der Graph von f ist weder punkt- noch achsensymmetrisch.

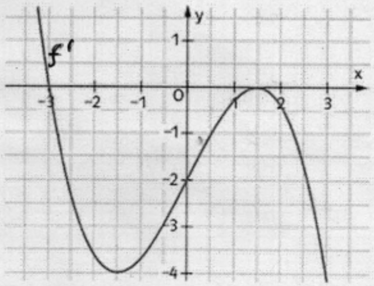


Fig. 2

a) falsche Aussage: Bei $x = -3$ wechselt $f'(x)$ das VZ von ⊕ nach ⊖, d.h. der Graph von f hat bei $x = -3$ einen lokalen HP. Aber bei $x = 1{,}5$ hat $f'(x)$ keinen VZW, sondern in der Umgebung von $x = 1{,}5$ ist $f'(x) < 0$. Da $f'(1{,}5) = 0$ ist, hat der Graph von f hier einen Sattelpunkt und ist beim Durchgang durch diesen monoton fallend.

lokale Extrempunkte kommen nur in Frage bei $x = -3$ und $x = 1{,}5$, da mit hier $f'(x) = 0$ ist.

b) wahre Aussage: vgl. Anm. oben

c) falsche Aussage: Bei $x = -1{,}5$ hat f' einen TP; links von $x = -1{,}5$ ist $f'(x)$ mon. fallend, rechts mon. steigend, d.h. hier hat $(f')'(x) = f''(x)$ einen VZW von ⊖ nach ⊕ (und nicht umgekehrt)

d) wahre Aussage: Die Symmetrie von f würde sich in einer Symmetrie von f' widerspiegeln.