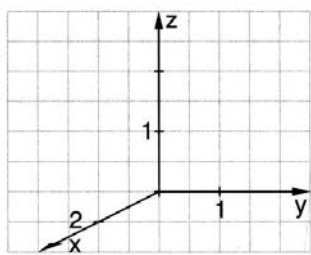
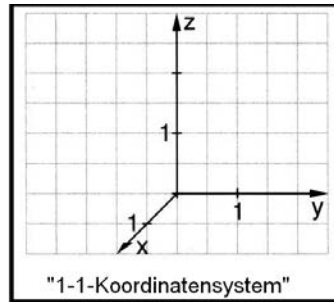


DAS RÄUMLICHE KOORDINATENSYSTEM

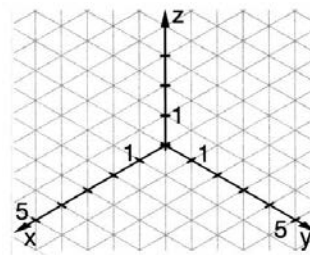
Im dreidimensionalen Raum können Punkte durch ein geeignetes Koordinatensystem mit drei Achsen festgelegt werden. Dabei ist es üblich, dass die x_1 -(x-) Achse nach vorne, die x_2 -(y-) Achse nach rechts und die x_3 -(z-) Achse nach oben zeigt.



"2-1-Koordinatensystem"



"1-1-Koordinatensystem"

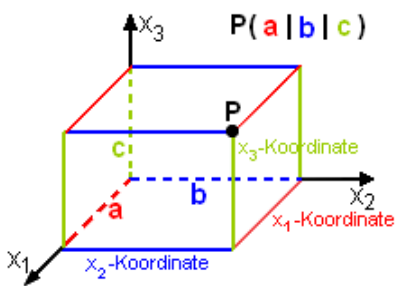


"Isometrisches Koordinatensystem"

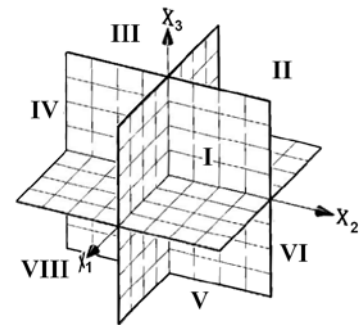
Eine oft verwendete Möglichkeit ist die hier in der Mitte abgebildete, bei welcher der 90° -Winkel zwischen der x_2 - und x_1 -Achse als 135° -Winkel dargestellt wird und die x_1 -Koordinaten mit dem Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ gestaucht werden, d. h. Länge Kästchendiagonale $\cong 2$ Längeneinheiten. Das ist mit Karopapier leicht zu realisieren und vermittelt eine gewisse räumliche Perspektive.

Ein Punkt P wird durch seine Koordinaten $(a|b|c)$ angegeben, wobei a die x_1 -(x-) Koordinate, b die x_2 -(y-) Koordinate und c die x_3 -(z-) Koordinate angibt.

Die Koordinatenachsen bilden drei Koordinatenebenen, wodurch das Koordinatensystem in acht Teile zerlegt wird, den sog. Oktanten. Die begrenzenden Koordinatenebenen gehören nicht zu den Oktanten; die jeweiligen Vorzeichen der Koordinaten eines Punktes im dreidimensionalen Raum geben somit an, in welchem der acht Oktanten ein Punkt liegt.



x_1	x_2	x_3	Oktant
+	+	+	I
-	+	+	II
-	-	+	III
+	-	+	IV
+	+	-	V
-	+	-	VI
-	-	-	VII
+	-	-	VIII



(vgl. hierzu die Bastelvorlage)

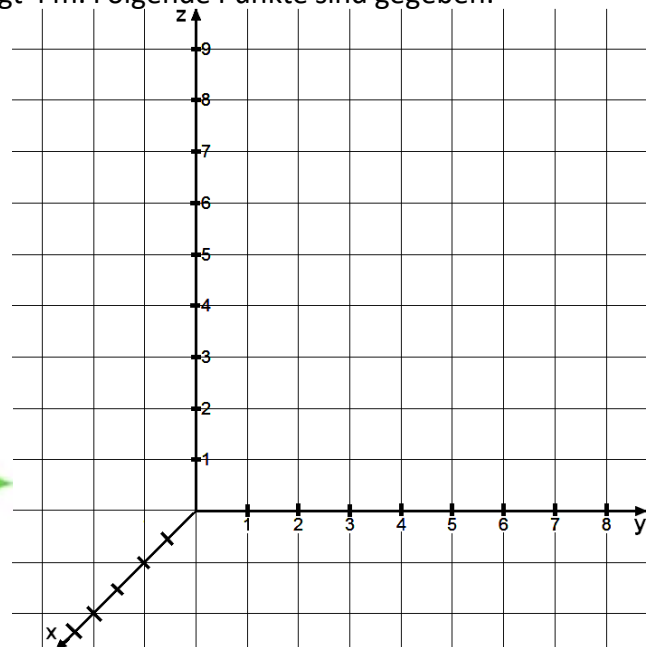
Aufgaben:

A 1: Gegeben sind folgende **Koordinaten eines Hauses** mit einem Satteldach, bei dem die Grundfläche aus den Punkten A, B, C und D besteht (Punkt E liegt über A, F über B usw.). Insgesamt ist das Haus 6 m hoch (Giebelspitze), die Höhe, bei der das Dach "beginnt", beträgt 4 m. Folgende Punkte sind gegeben:

A $(-1|-3|0)$, B $(-1|3|0)$, G $(-5|3|4)$, Giebelspitze zwischen G und H ist K mit K $(-5|0|6)$.

Bestimme die übrigen Punkte und gib weitere Koordinaten so an, dass die Rasenfläche (komplett um das Haus) insgesamt 96 m^2 beträgt.

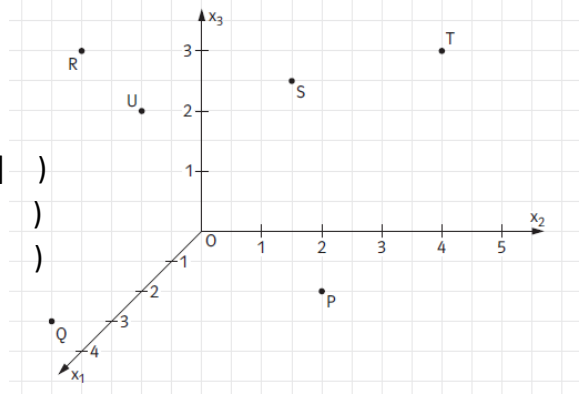
- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| A $(-1 -3 0)$ | B $(-1 3 0)$ | K $(-5 0 6)$ |
| C $(\quad \quad \quad)$ | D $(\quad \quad \quad)$ | L $(\quad \quad \quad)$ |
| E $(\quad \quad \quad)$ | F $(\quad \quad \quad)$ | |
| G $(-5 3 4)$ | H $(\quad \quad \quad)$ | |
| A' $(\quad \quad \quad)$ | B' $(\quad \quad \quad)$ | |
| C' $(\quad \quad \quad)$ | D' $(\quad \quad \quad)$ | |



A 2: Koordinaten ablesen

Bestimme die Koordinaten der Punkte

- Punkte P und Q in der x_1x_2 -Ebene: P (| |); Q (| |)
- Punkte R und S in der x_1x_3 -Ebene: R (| |); S (| |)
- Punkte T und U in der x_2x_3 -Ebene: T (| |); U (| |)



A 3: Spiegeln von Punkten im Raum

Gegeben sei ein Punkt P im Raum. Der Punkt P wird gespiegelt

- (1) an der xy-Ebene
- (2) an der yz-Ebene
- (3) an der xz-Ebene
- (4) an der x-Achse
- (5) an der y-Achse
- (6) an der z-Achse
- (7) am Koordinatenursprung
- (8) nacheinander an der x-Achse, dann an der y-Achse und schließlich an der z-Achse.
Spielt die Reihenfolge eine Rolle?
- (9) nacheinander an der xy-Ebene, dann an der yz-Ebene und schließlich an der xz-Ebene.
Spielt die Reihenfolge eine Rolle?

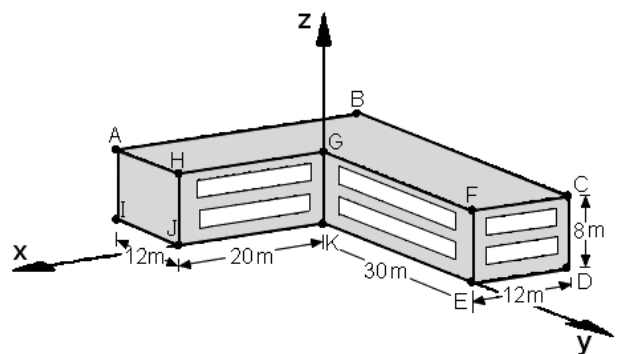
Bestimme die Koordinaten des Bildpunktes von P.

Spiegelungen im Raum	P (1 2 3)	P (-1 2 -3)	P (1 0 3)	P (4 -1 0)
(1) an der xy-Ebene				
(2) an der yz-Ebene				
(3) an der xz-Ebene				
(4) an der x-Achse				
(5) an der y-Achse				
(6) an der z-Achse				
(7) am Koordinatenursprung				
(8) nacheinander an der x-, y-, z-Achse				
(9) nacheinander an der xy-, yz-, xz-Ebene				

4. Die Abbildung zeigt ein **Schulgebäude**, das auf ein Koordinatensystem bezogen ist.

a) Bestimme aus der Abbildung die Koordinaten der Punkte A bis K.

- A (| |) B (| |) C (| |)
 D (| |) E (| |) F (| |)
 G (| |) H (| |) I (| |)
 J (| |) K (| |) L (| |)



b) Welche Punkte liegen in der xy-Ebene und welche in der xz-Ebene? Welche Punkte des Gebäudes liegen in keiner dieser Ebenen?

c) Welche Koordinaten hätten die Punkte, wenn der Koordinatenursprung in G läge, die x-Achse in Richtung H, die y-Achse in Richtung F und die z-Achse in Richtung K verlief?

d) Welche Koordinaten hätten die Punkte, wenn der Koordinatenursprung in D läge, die x-Achse in Richtung E, die y-Achse in Richtung parallel zu der Geraden EK und die z-Achse in Richtung C verlief?