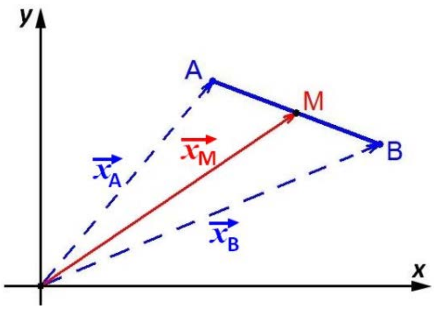
Mittelpunkt einer Strecke:

Ein Punkt ist im KoSy durch seine Koordinaten $P(x|y|z)$ bzw. durch seinen Ortsvektor $\overrightarrow{x_P} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ gegeben.

Sind $A(a_1|a_2|a_3)$ und $B(b_1|b_2|b_3)$ zwei verschiedene Punkte im KoSy mit den Ortsvektoren $\overrightarrow{x_A} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{x_B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, so berechnet man den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ wie folgt:



$$\overrightarrow{x_M} = \overrightarrow{x_A} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{x_A} + \tfrac{1}{2}\cdot(\overrightarrow{x_B} - \overrightarrow{x_A}) = \tfrac{1}{2}\overrightarrow{x_A} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{x_B} = \tfrac{1}{2}\cdot(\overrightarrow{x_A} + \overrightarrow{x_B})$$

Mittelpunktsformel: $\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{x_M}} = \frac{1}{2}\cdot(\overrightarrow{\boldsymbol{x_A}} + \overrightarrow{\boldsymbol{x_B}})}$

Bsp.: Gegeben sind die Punkte A (–2|5|4) und B (4|–1|6)

Mittelpunkt von $\overline{AB}$: $\overrightarrow{x_M} = \frac{1}{2}\cdot(\overrightarrow{x_A} + \overrightarrow{x_B}) = \frac{1}{2}\cdot\left[\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}\right] = \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow$ **M (1|4|10)**

Lehrbuch EF, Seite 122 Nr. 6: Mittelpunkt einer Strecke $\overline{AB}$:

a)	A (3|2|5)	B (5|2|3)	$\Rightarrow$	**M (4|2|4)**
b)	A (2|1|–2)	B (–5|1|9)	$\Rightarrow$	**M (–1,5|1|3,5)**
c)	A (0|0|2)	B (–2|0|0)	$\Rightarrow$	**M (–1|0|1)**
d)	A (1|–1|1)	B (5|5|5)	$\Rightarrow$	**M (3|2|3)**

Lehrbuch EF, Seite 122 Nr. 11: Endpunkt B ein Strecken $\overline{AB}$:

Aus $\overrightarrow{x_M} = \frac{1}{2}\cdot(\overrightarrow{x_A} + \overrightarrow{x_B})$ folgt: $\overrightarrow{x_A} = 2\cdot\overrightarrow{x_M} - \overrightarrow{x_B}$ und $\overrightarrow{x_B} = 2\cdot\overrightarrow{x_M} - \overrightarrow{x_A}$

a)	A (3|2|5)	B (–4|5|–4)	$\Rightarrow$	**M (–0,5|3,5|0,5)**
b)	A (2|2|3)	M (4|–4|7)	$\Rightarrow$	**B (6|–10|11)**
c)	M (1|–1|0)	B (0|–1|1)	$\Rightarrow$	**A (2|–1|–1)**

Lehrbuch EF, Seite 123 Nr. 12: Kollineare Vektoren?

a) A (2|4|5) B (4|4|6) C (6|4|7) : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AC} = 2\cdot\overrightarrow{AB}$

Somit sind die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ parallel, d. h. die Strecke $\overline{AB}$ liegt auf $\overline{AC}$. Da $\overline{AC}$ zudem doppelt so lang ist wie $\overline{AB}$, muss C der Mittelpunkt von en $\overline{AB}$ sein.

b) A (0|2|3) B (–4|1|3) C (–11|2|7) : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AC} \neq k\cdot\overrightarrow{AB}$

Die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ sind nicht, d. h. der Punkt C liegt nicht auf der Strecke $\overline{AB}$. für alle $k \in \mathbb{R}$

Lehrbuch EF, Seite 126 Nr. 1b; 2e,f;3: Länge eines Vektors

1 a) $|\vec{a}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$
$|\vec{b}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$
$|\vec{c}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$
$|\vec{d}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$
$|\vec{e}| = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225+400} = \sqrt{625} = 25$
$|\vec{f}| = \sqrt{(-0{,}4)^2 + 0{,}3^2} = \sqrt{0{,}16+0{,}09} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$
$|\vec{g}| = \sqrt{\sqrt{5}^2 + \sqrt{11}^2} = \sqrt{5+11} = \sqrt{16} = 4$
b) $|\vec{a}| = \sqrt{5}$; $|\vec{b}| = \sqrt{14}$; $|\vec{c}| = 1$; $|\vec{d}| = \frac{3}{10}$;
$|\vec{e}| = \sqrt{10}$; $|\vec{f}| = \frac{1}{4}\sqrt{26}$; $|\vec{g}| = 0{,}5$

2 a) $\sqrt{25} = 5$ b) $\sqrt{74}$ c) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
d) $\sqrt{14}$ e) $\sqrt{62}$ f) $\sqrt{2}$

3 $p_3 = 3$ oder $p_3 = 7$